Prix Antonella Karlson 2015

17 novembre 2015

Pour tout renseignement :

Bruno Moraux

F.R.S.-FNRS

bruno.moraux@frs-fnrs.be

02/504.92.40

PRIX ANTONELLA KARLSON

2015

Le Fonds de la Recherche Scientifique - FNRS accorde, tous les deux ans, depuis 2011, le "Prix Antonella Karlson" récompensant une thèse de doctorat dans un domaine des sciences exactes, incluant la physique, la chimie, les mathématiques, l'informatique et les sciences appliquées.
Ce Prix a été créé à la mémoire de Mme Antonella Karlson, physicienne d'origine bulgare établie en Belgique.

Antonella Karlson naquit en Bulgarie en 1960 et obtint un diplôme en physique de l'Université de Sofia avec une thèse intitulée "*SU(4) Unification of Electroweak Interaction in a Curved Space*".

Après une spécialisation en Quantum Field Theory, elle quitta la Bulgarie, alors sous régime communiste, et parti entreprendre un doctorat aux Etats-Unis. Le thème de sa thèse portait sur la "*Stabilization of Positronium by Laser Fields*". Elle vécut sept ans en Amérique ; donna des cours à l'université la journée et travailla de nuit comme House Manager et Security Coordinator pour payer sa chambre à l'International House.

En 1995, elle arriva en Belgique à l'ULB avec une bourse postdoctorale et s'installa à Bruxelles. En 2001, après différents travaux, elle entra en tant que Scientific Officer dans l'unité FET de la Commission européenne. Antonella Karlson coordonna l'initiative Quantum Information Processing and Communication et était très fière d'avoir réussi à rassembler les scientifiques européens autour de cette initiative.
En 2007, la malchance arriva sous la forme d'un cancer qui l'emporta en quelques mois.

Quand elle arriva aux Etats-Unis, elle avait seulement 24 dollars en poche. Mais pour Antonella Karlson, la physique et la science en général étaient, selon ses mots, "*une religion*" qui pouvait justifier tous les sacrifices.

C'est en se souvenant de cela que ses parents et son conjoint ont décidé de fonder le Prix Antonella Karlson : pour aider des jeunes chercheurs à avoir les ressources et le temps nécessaire pour trouver leur chemin.

PRIX ANTONELLA KARLSON

2015

› Le Prix 2015 a été attribué à :

Quentin MENET

Docteur en Sciences Mathématiques - UMONS
Chargé de recherches du F.R.S.-FNRS - UMONS
Maître de conférences, Université d'Artois, France

pour son travail :

Existence et non-existence de sous-espaces hypercycliques.

Une des notions les plus étudiées en dynamique linéaire est la notion d'opérateurs hypercycliques. Un opérateur T défini sur un espace de Fréchet X est dit hypercyclique s'il existe un vecteur x dans X (également dit hypercyclique) tel que l'ensemble $\{x, Tx, T^2x, T^3x, \ldots\}$ est dense.

L'objectif de mes recherches est de déterminer quels opérateurs hypercycliques possèdent un sous-espace hypercyclique, c'est-à-dire un sous-espace fermé de dimension infinie dans lequel tous les vecteurs non-nuls sont hypercycliques. En divisant les sous-espaces hypercycliques en deux familles, j'ai pu mettre au point différents critères d'existence et de non-existence applicables à tout espace de Fréchet. Sur base de ces critères, il m'a alors été possible de caractériser l'existence de sous-espaces hypercycliques pour certaines familles d'opérateurs définis sur des espaces de Banach ou sur des espaces de Fréchet non-normables et d'obtenir, sur tout espace de Fréchet séparable de dimension infinie, l'existence d'opérateurs possédant des sous-espaces hypercycliques.

MEMBRES DU JURY
2015

BOULANGER Nicolas	Chercheur qualifié du F.R.S.-FNRS à l'UMONS
DEVAUX Jacques *Président du Jury*	Professeur à l'UCL
GOOSSENS Joël	Professeur à l'ULB
VITALE Enrico	Professeur à l'UCL

* * *

FORTI Gian Luigi *Observateur*	Représentant du mécène

Quentin MENET
UMONS

"Existence et non-existence de sous-espaces hypercycliques."

Résumé

Un système dynamique est un objet mathématique facile à définir. Il s'agit tout simplement d'une paire (X,T) où X est un ensemble contenant les états possibles du système et où T est une fonction de X dans X indiquant le prochain état qu'occupera le système. Si on prend l'exemple d'un feu de circulation, le fonctionnement de celui-ci pourrait être représenté par le système dynamique (X,T) où X={vert, orange, rouge} et où T est la fonction définie par T(vert)=orange, T(orange)=rouge et T(rouge)=vert. Comme T est une fonction de X dans X, on peut appliquer celle-ci plusieurs fois à un élément x de X afin de connaître la suite des états occupés par le système si celui-ci démarre en l'état x. Cette suite est appelée l'orbite de x sous l'action de T. Autrement dit, l'orbite de x sous l'action de T est donnée par l'ensemble suivant : Orb(x,T)= {x, Tx, T^2x, T^3x,…}. Dans le cas de notre feu de circulation, nous avons donc Orb(x,T)=X pour tout x dans X. La situation peut cependant être différente pour d'autres systèmes. Par exemple, si on considère le système (X,T) où X est l'ensemble des entiers positifs et T(n)=n+1, alors l'orbite de n est égale à l'ensemble des entiers plus grand que n et 0 est le seul point générant une orbite égale à X.

Si X est non-dénombrable, il devient bien évidemment impossible qu'une orbite coïncide avec l'ensemble X lui-même comme l'orbite d'un élément est toujours au plus dénombrable. On peut néanmoins se demander s'il existe des éléments x dans X dont l'orbite est dense dans X, *i.e* des éléments dont l'orbite visite tout ouvert non-vide de X. Pour vous donner une idée, demander qu'un ensemble soit dense dans le cercle unité revient à demander que cet ensemble intersecte tout arc du cercle unité. Un exemple classique de système non-dénombrable possédant des orbites denses est d'ailleurs donné par le système (X,T) où X est le cercle unité et T est une rotation d'angle irrationnel.

Dans ma thèse, je me suis intéressé plus particulièrement aux systèmes dynamiques linéaires, c'est-à-dire aux systèmes dynamiques (X,T) où l'ensemble X est un espace de Banach (ou plus généralement un espace de Fréchet) et la fonction T est une application continue et linéaire sur X. Dans le contexte linéaire, on dit en fait qu'un opérateur T est hypercyclique s'il existe un vecteur x dans X (également dit hypercyclique) tel que l'orbite de x sous l'action de T est dense. La notion d'opérateurs hypercycliques est une des notions au centre de la dynamique linéaire.

La linéarité de l'application T semble d'abord s'imposer comme un obstacle à l'existence d'orbites denses. En effet, on peut montrer qu'il est impossible d'exhiber un opérateur hypercyclique en dimension finie. Cependant, dès que l'on se permet de travailler avec des espaces de dimension infinie, on peut exhiber des opérateurs hypercycliques très simples tels que l'opérateur de dérivation ou l'opérateur de translation sur l'espace des fonctions entières.

L'étude des opérateurs hypercycliques a été à la base de nombreux résultats assez surprenants. Il est par exemple connu que si T est hypercyclique alors T^n est hypercyclique quel que soit n. De plus, tout espace de Fréchet séparable de dimension infinie supporte un opérateur hypercyclique et il existe même des opérateurs hypercycliques dont tous les éléments non-nuls sont hypercycliques. Notez que ce dernier résultat revient à dire qu'il

existe des opérateurs définis sur des espaces de dimension infinie qui ne possèdent pas de sous-ensembles invariants non-triviaux.

De manière classique, on peut se poser deux types de questions lorsqu'on a identifié un opérateur hypercyclique. On peut se demander si l'opérateur en question possède beaucoup de vecteurs hypercycliques et avec quelle fréquence les orbites de ces vecteurs peuvent visiter chaque sous-ensemble ouvert non-vide de X.
Ma thèse concerne principalement la première question. On peut en fait montrer que si T est hypercyclique alors T possède beaucoup de vecteurs hypercycliques. En effet, grâce aux travaux de Birkhoff, on sait que si T est hypercyclique alors l'ensemble des vecteurs hypercycliques est un ensemble G_δ-dense et grâce aux travaux de Bourdon et Herrero, on sait que si T est hypercyclique alors l'ensemble des vecteurs hypercycliques contient un sous-espace dense de dimension infinie (à l'exception de 0). Si on s'intéresse par contre à l'existence de sous-espaces fermés de dimension infinie dans lesquels tout vecteur non-nul est hypercyclique pour T, la situation s'avère un peu plus compliquée. En effet, grâce aux travaux de Bernal et Montes, on sait qu'il existe des opérateurs hypercycliques qui possèdent de tels sous-espaces fermés de dimension infinie et des opérateurs hypercycliques qui n'en possèdent pas. De tels sous-espaces sont appelés des sous-espaces hypercyliques et on peut dès lors se demander :

Quels opérateurs hypercycliques possèdent des sous-espaces hypercycliques ?

Dans le cas d'un opérateur hypercyclique défini sur un espace de Banach complexe satisfaisant un certain critère appelé le Critère d'Hypercyclicité, González, León et Montes ont réussi à caractériser l'existence de sous-espaces hypercycliques en termes du spectre essentiel de l'opérateur. Malheureusement, les principaux résultats de la théorie spectrale ne s'étendent pas aux espaces de Fréchet. Il faut donc imaginer une nouvelle méthode pour caractériser l'existence de sous-espaces hypercycliques pour des opérateurs définis sur des espaces de Fréchet.

Le but de ma thèse consistait dès lors à étudier l'existence et la non-existence de sous-espaces hypercycliques dans les espaces de Fréchet. Il est important de diviser les espaces de Fréchet en deux familles: les espaces de Fréchet avec norme continue (parmi lesquels on retrouve les espaces de Banach) et les espaces de Fréchet sans norme continue.

Lors de ma thèse, l'étude de l'existence des sous-espaces hypercycliques dans les espaces de Fréchet avec norme continue m'a permis d'obtenir une caractérisation des shifts à poids possédant un sous-espace hypercyclique sur l'espace des fonctions entières et sur certains espaces de Köthe. Cette caractérisation généralise la caractérisation obtenue par León et Montes pour les shifts à poids sur l^2 ainsi que l'existence d'un sous-espace hypercyclique pour l'opérateur de dérivation obtenue par Shkarin. Il s'agissait en fait de la première véritable caractérisation obtenue en dehors du cadre banachique concernant l'existence de sous-espaces hypercycliques. Mes résultats m'ont également permis de répondre à une question posée par Petersson en montrant que tout opérateur non-trivial commutant avec l'opérateur de dérivation possède un sous-espace hypercyclique sur l'espace des fonctions entières.

Concernant les espaces de Fréchet sans norme continue, on sait grâce à Bonet, Martinez et Peris que la caractérisation de González, León et Montes est fausse en général. En fait, aucun critère entraînant l'existence d'un sous-espace hypercyclique n'était connu dans ce cadre. Plusieurs critères d'existence et de non-existence de sous-espaces hypercycliques pour ces espaces de Fréchet ont cependant pu être établis. Ceux-ci m'ont notamment permis de répondre à une question ouverte posée par Bès et Conejero en montrant que tout espace de Fréchet séparable de dimension infinie supporte un opérateur possédant un sous-espace hypercyclique. Ce résultat complète les résultats d'existence obtenus par León et Montes pour les espaces de Banach, par Bernal et Petersson pour les espaces de Fréchet avec norme continue et par Bès et Conejero pour l'espace ω.

Malgré ces résultats, nous ne connaissons pas encore à ce jour une caractérisation complète de l'existence de sous-espaces hypercycliques pour des opérateurs définis sur des espaces de Fréchet. Il m'a néanmoins été possible de caractériser une version héréditaire de l'existence de sous-espaces hypercycliques. La notion d'opérateurs possédant héréditairement des sous-espaces hypercycliques semble très proche de la notion d'opérateurs possédant des sous-espaces hypercycliques. On peut en effet déduire de la caractérisation de González, León et Montes que si X est un espace de Banach complexe séparable et T est un opérateur sur X, alors T possède héréditairement des sous-espaces hypercycliques si et seulement si T satisfait le Critère d'Hypercyclicité et T possède un sous-espace hypercyclique. Une nouvelle manière de caractériser l'existence de sous-espaces hypercycliques dans les espaces de Fréchet pourrait dès lors être de montrer que l'équivalence donnée ci-dessus dans le cadre des espaces de Banach complexes reste vraie dans le cadre plus générale des espaces de Fréchet.

Comme mentionné précédemment, en plus de s'intéresser aux propriétés des ensembles de vecteurs hypercycliques, on peut se demander avec quelle fréquence l'orbite des vecteurs hypercycliques va visiter chaque ouvert non-vide. Autrement dit, on peut se demander quelles propriétés peuvent satisfaire les ensembles $N(x,U)=\{n\geq 0 : T^n x \in U\}$ où U est un ouvert non-vide. Par exemple, un opérateur T est dit fréquemment hypercyclique s'il existe un vecteur x tel que pour tout ouvert non-vide, les ensembles N(x,U) aient une densité inférieure strictement positive. Cette notion a été introduite par Bayart et Grivaux en 2004 et a été à la base de nombreuses publications. Vers la fin de ma thèse, je me suis intéressé à cette notion et plus particulièrement à la notion de sous-espaces fréquemment hypercycliques introduits par Bonilla et Grosse-Erdmann. J'ai en fait montré qu'il existe des opérateurs fréquemment hypercycliques possédant des sous-espaces hypercycliques mais ne possédant pas de sous-espace fréquemment hypercyclique, *i.e* ne possédant pas de sous-espace fermé de dimension infinie dans lequel tous les vecteurs non-nuls sont fréquemment hypercycliques. L'existence de tels opérateurs ouvre bien évidemment la voie à une nouvelle question :

Quels opérateurs possèdent des sous-espaces fréquemment hypercycliques ?

Une fois ma thèse terminée, je me suis intéressé à l'existence de sous-espaces hypercycliques communs, c'est-à-dire à l'existence de sous-espaces fermés de dimension infinie dans lesquels tout vecteur non-nul n'est pas simplement hypercyclique pour un opérateur T mais pour tout opérateur dans une famille d'opérateurs fixée au préalable. J'ai également continué à m'intéresser à la notion d'opérateurs fréquemment hypercycliques en étudiant différentes fréquences de visite et en étudiant l'existence de sous-espaces fréquemment hypercycliques. Récemment, j'ai d'ailleurs résolu une question importante liée aux opérateurs fréquemment hypercycliques en montrant qu'il existe des opérateurs chaotiques qui ne sont pas fréquemment hypercycliques.

Pour finir, j'aimerais mentionner que deux livres reprenant une grande partie des résultats connus en dynamique linéaire ont été publiés récemment : "Dynamics of Linear Operators" de Bayart et Matheron et "Linear Chaos" de Grosse-Erdmann et Peris. Le lecteur en quête de plus amples informations devrait y trouver de quoi satisfaire sa curiosité.

Curriculum Vitae

QUENTIN MENET
Né le 19 mars 1988 à Tournai
Nationalité Belge
Université de Mons
quentin.menet@umons.ac.be

Études et carrière scientifique

Maître de conférences, Université d'Artois, France, 2015

Chargé de recherches FNRS, Université de Mons, Belgique, 2014-2015
Sujet : Dynamique linéaire et sous-espaces invariants

Chercheur doctorant et boursier FRIA, Université de Mons, Belgique, 2010-2014
Sujet : Existence et non-existence de sous-espaces hypercycliques
Directeur de thèse : K.-G. Grosse-Erdmann
Défense : 15 novembre 2013

Maîtrise en sciences mathématiques, Université de Mons, Belgique, 2008–2010
Sujet du mémoire : Processus de Lévy et applications en finance
Mention du cycle : la plus grande distinction avec félicitations du jury

Bachelier en sciences mathématiques, Université de Mons, Belgique, 2005–2008
Mention du cycle : la plus grande distinction avec félicitations du jury

Visites

Chercheur invité (Hôte : Prof. William Johnson), Février 2015, Texas A&M University, College Station, Texas, USA

Chercheur invité (Hôte : Prof. Frédéric Bayart), Avril 2014, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand, France

Chercheur invité (Hôtes : Prof. Juan Bès, Prof. Kit Chan et Prof. Richard Aron), Avril 2013, Bowling Green State University-Kent State University, Ohio, USA

Chercheur invité (Hôtes : Prof. José Bonet, Prof. Alberto Conejero, Prof. Félix Martínez et Prof. Alfred Peris), Avril 2012, Universitat Politècnica, Valencia, Espagne

Étudiant Erasmus, Septembre 2009 - Janvier 2010, Master 2 spécialité "Probabilités et Modèles Aléatoires", Université Pierre et Marie Curie, Paris, France

Prix et distinctions

- Prix Antonella Karlson, FNRS, 2015
- Sélectionné pour le premier et le troisième « Heidelberg Laureate Forum », 2013 et 2015
- Prix Maurice Boffa, Université de Mons, 2010

Publications

Articles acceptés ou publiés dans des journaux avec comité de lecture

2015

- F. Bayart, R. Ernst et **Q. Menet**, "Non-existence of frequently hypercyclic subspaces for P(D)", Israel Journal of Mathematics, à paraître
- J. Bès et **Q. Menet**, "Existence of common and upper frequently hypercyclic subspaces", Journal of Mathematical Analysis and Applications 432, 10-37
- T. Brihaye, A. Haddad et **Q. Menet**, "Simple strategies for Banach-Mazur games and sets of probability 1", Information and Computation (doi:10.1016/j.ic.2015.06.004)
- **Q. Menet**, "Hereditarily hypercyclic subspaces", Journal of Operator Theory 73, 2, 385-405
- **Q. Menet**, "Existence and non-existence of frequently hypercyclic subspaces for weighted shifts", Proceedings of the American Mathematical Society 143, 2469-2477

2014

- **Q. Menet**, "Hypercyclic subspaces and weighted shifts", Advances in Mathematics 255, 305-337
- S. Charpentier, **Q. Menet** et A. Mouze, "Closed universal subspaces of spaces of infinitely differentiable functions", Annales de l'Institut Fourier 64, 1, 297-325
- N. Bertrand, P. Bouyer, T. Brihaye, **Q. Menet**, C. Baier, M. Groesser et M. Jurdzinski, "Stochastic timed automata", Logical Methods in Computer Science 10, 4 :6, 1-73

2013

- **Q. Menet**, "Hypercyclic subspaces on Fréchet spaces without continuous norm", Integral Equations and Operator Theory 77, 4, 489-520

2011

- **Q. Menet**, "Sous-espaces fermés de séries universelles sur un espace de Fréchet", Studia Mathematica 207, 2, 181-195

Articles publiés dans des actes de conférence

2013

- T. Brihaye et **Q. Menet**, "Simple strategies for Banach-Mazur games and fairly correct systems", GANDALF, EPTCS 119, 21-34

2012

- P. Bouyer, T. Brihaye, M. Jurdzinski et **Q. Menet**, "Almost-Sure Model-Checking of Reactive Timed Automata", QEST, IEEE Computer Society Press, 138-147

Articles de vulgarisation

- T. Brihaye et **Q. Menet**, "Topology, probability, games and verification", Notes de la cinquième BSSM, 2013.
- K.-G. Grosse-Erdmann et **Q. Menet**, "Le chaos linéaire : un paradoxe ?", Interstices, 2012.

Communications orales

2015

- "Chaos linéaire et hypercyclicité fréquente", Séminaire d'Analyse et Géométrie, Marseille, France
- "Hypercyclic subspaces", Banach Spaces Seminar, College Station, Texas, USA
- "Linear chaos and frequent hypercyclicity", Linear Analysis Seminar, College Station, Texas, USA
- "Linear chaos and frequent hypercyclicity", Analysis Seminar, Houston, Texas, USA
- "Propriétés de récurrence des opérateurs hypercycliques", Séminaire d'Analyse Fonctionnelle, Lille, France
- "Different notions of hypercyclicity and hypercyclic subspaces", Recent Trends in Operator Theory and Function Theory, Lille, France
- "Linear chaos and frequent hypercyclicity", Workshop Functional Analysis Valencia 2015, Valencia, Espagne
- "Linear dynamical systems", 3ème Heidelberg Laureate Forum, Heidelberg, Allemagne

2014

- "Chaos linéaire et fréquente hypercyclicité", Séminaire d'Initiation à l'Analyse, Paris, France
- "Linear Chaos and Frequent Hypercyclicity", Istanbul Analysis Seminars, Istanbul, Turquie.
- "Chaos linéaire et fréquente hypercyclicité", Journées du GdR AFHP, Lille, France.
- "Existence of common hypercyclic subspaces", IWOTA, Amsterdam, Pays-Bas

- "Existence of frequently hypercyclic subspaces", FNRS Group-Functional Analysis, Esneux, Belgique
- "Shifts à poids sur lp et sous-espaces fréquemment hypercycliques", Journées Cortenaises d'Analyse Mathématique, Corte, France
- "Existence de sous-espaces fréquemment hypercycliques", Séminaire d'Initiation à l'Analyse, Paris, France

2013

- "Shifts à poids sur lp et sous-espaces fréquemment hypercycliques", Séminaire d'Analyse et Géométrie, Marseille, France
- "Hypercyclic subspaces", Nord-Pas-de-Calais/Belgium congress of mathematics, Mons, Belgique
- "Banach-Mazur games", Nord-Pas-de-Calais/Belgium congress of mathematics, Valenciennes, France
- "Simple strategies for Banach-Mazur games and fairly correct systems", GANDALF, Borca di Cadore, Italie
- "Hypercyclic subspaces on Fréchet spaces without continuous norm", Conference Operators on Banach spaces, Castro Urdiales, Espagne
- "Hypercyclic subspaces on Fréchet spaces without continuous norm", Measure Theory Seminar, Kent, USA
- "Hypercyclic subspaces on Fréchet spaces", Measure Theory Seminar, Kent, USA
- "Dynamical systems and hypercyclic operators", Colloquium, Kent, USA
- "Hypercyclic subspaces on Fréchet spaces without continuous norm", Analysis Seminar, Bowling Green, USA
- "Hypercyclic subspaces on Fréchet spaces", Analysis Seminar, Bowling Green, USA
- "Hypercyclicité pour un sous-ensemble", Mini-cours, Lens, France

2012

- "Sous-espaces hypercycliques dans les espaces de Fréchet", Journées du Gdr AFHP, Marne-La-Vallée, France
- "Sous-espaces hypercycliques dans les espaces de Fréchet", Séminaire d'Analyse Fonctionnelle, Lille, France
- "Hypercyclic subspaces and weighted shifts", Seminario del IUMPA, Universitat Politècnica de Valencia, Spain

2011

- "Sous-espaces fermés de séries universelles", Journées 2011 du Gdr AFHA, Clermont-Ferrand, France
- "Sous-espaces hypercycliques et shifts à poids", Séminaire d'Initiation à l'Analyse, Paris, France